

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 4

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 4$ și rația este $r = 5$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x - 1$. Arătați că $f(0) = f(1)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4(3x+4) = \log_4 16$.
- 5p** 4. După o scumpire cu 25%, un produs costă 350 de lei. Determinați prețul produsului înainte de scumpire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-4,1)$ și $B(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b , știind că punctul O este mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul isoscel ABC , dreptunghic în A . Știind că aria triunghiului ABC este egală cu 8, determinați lungimea laturii AB .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x & -2x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 3$.
- 5p** b) Arătați că $3B(2) + B(6) = 4B(3)$.
- 5p** c) Determinați numărul real x pentru care $(B(-x) - B(x)) \cdot (B(-x) + B(x)) = A + B(3)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 3x + 4y - 25$.
- 5p** a) Arătați că $3 \circ 4 = 0$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $(2x) \circ x = 5$.
- 5p** c) Determinați numerele întregi m pentru care $m^2 \circ 1 \geq 1 \circ m^2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{3x+1}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{2}{(3x+1)^2}$, $x \in \left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Arătați că funcția f este concavă.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + \ln x - 1$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^4 (f(x) - \ln x + 1) dx = 21$.
- 5p** b) Arătați că $\int_2^4 \frac{x}{f(x) - \ln x} dx = \frac{1}{2} \ln 5$.
- 5p** c) Determinați $a \in (1, +\infty)$ pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{x^2} dx = \frac{a - \ln a}{a}$.